# FICHE DE PRÉPARATION — Identités remarquables

*Troisième · Calcul littéral · 1 heure*

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Niveau :** Troisième | **Domaine :** Calcul littéral et algébrique | **Durée :** 55 min | **Matériel :** cahier, règle, calculatrice facultative |

## OBJECTIFS DE LA SÉANCE

**Référence programme (Annexe 2 — Troisième, Calcul littéral) :**
« Manipuler les trois identités remarquables pour développer et factoriser : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ ; $a^2 – 2ab + b^2 = (a – b)^2$ ; $a^2 – b^2 = (a – b)(a + b)$. »
Prérequis déclaré : double distributivité (vue en amont). Automatisme attendu : développer et factoriser une expression simple.

| | |
|---|---|
| **Savoir** | Énoncer les 3 identités remarquables. |
| **Savoir-faire** | Développer en reconnaissant a et b ; factoriser une expression en identifiant le carré d'une somme, d'une différence ou la différence de carrés. |
| **Compétences** | Calculer · Raisonner · Communiquer (programme cycle 4) |

## DÉROULEMENT MINUTÉ

| | |
|---|---|
| **0–8 min ACCROCHE** | **Calcul mental collectif (oral) :** poser au tableau : « Développer $(x + 3)(x + 3)$ avec la double distributivité. » Laisser 2 min de recherche individuelle, puis correction collective au tableau étape par étape : $(x + 3)(x + 3) = x^2 + 3x + 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$.<br>Même démarche avec $(x – 5)(x – 5) \to x^2 – 10x + 25$, puis $(x – 4)(x + 4) \to x^2 – 16$. **Ne pas encore nommer** les identités — laisser les élèves chercher la régularité.<br>**Question déclenchante :** « Que remarquez-vous dans chacun des résultats ? Y a-t-il une structure commune ? » Recueillir 2–3 réponses orales. Inscrire les trois résultats en colonne sans les nommer. |
| **8–22 min DÉCOUVERTE** | **Travail en binômes (12 min) :** distribuer la fiche élèves. Les élèves répondent à l'**Exercice 0 – Exploration** (si ajouté) *ou* développent librement $(a + b)^2$, $(a – b)^2$ et $(a – b)(a + b)$ en utilisant la double distributivité apprise. Consigne écrite au tableau : « Utilisez uniquement la double distributivité. Factorisez le résultat si possible. »<br>**Mise en commun guidée (5 min) :** un binôme présente chaque calcul au tableau. Le professeur pointe les termes croisés qui disparaissent (différence de carrés) et la structure en carré parfait. Nommer alors officiellement : **identités remarquables**. Lien explicite avec le programme : « Ces trois identités sont au programme de Troisième ; vous devez savoir les utiliser dans les deux sens. » |
| **22–32 min STRUCTURATION** | **Institutionnalisation collective (10 min) :** écrire au tableau la trace écrite de référence telle que définie ci-dessous. Les élèves la recopient dans leur cahier de cours. Le professeur insiste sur :<br>• **identifier a et b** avant d'appliquer mécaniquement (ex. : dans $(3x + 2)^2$, $a = 3x$ et $b = 2$) ;<br>• le sens **développement** (forme factorisée → forme développée) et le sens **factorisation** (forme développée → forme factorisée) ;<br>• *« Si l'expression développée ne contient pas de terme en ab, envisager la différence de carrés. »* |
| **32–55 min ENTRAÎNEMENT** | **Travail individuel sur la fiche élèves (23 min) :** Niveau 1 → Niveau 2 → Niveau 3. Le professeur circule, priorité aux élèves en difficulté sur la reconnaissance de a et b.<br>**Correction différée (5 min) :** projeter ou écrire au tableau les réponses Niveau 1 uniquement. Les élèves s'auto-corrigent en rouge. Le Niveau 3 et le Bonus servent de prolongement ou de travail à la maison. |

## DIFFÉRENCIATION

**Élèves en difficulté :** fournir un aide-mémoire avec a et b déjà identifiés dans chaque expression. Autoriser la calculatrice pour vérifier numériquement : substituer $x = 2$, vérifier que les deux membres sont égaux (usage raisonné, cf. programme).

**Élèves avancés :** Bonus Sophie Germain (bas de fiche élèves). Leur demander de vérifier l'identité par le calcul littéral puis de l'appliquer à $a = 2$, $b = 1$.

**Langue et obstacles langagiers :** afficher le lexique « développer / factoriser / identité / carré parfait » (cf. programme : attention portée à la dimension langagière).

## ERREURS FRÉQUENTES À ANTICIPER

**Erreur 1 :** écrire $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ — rappeler le terme croisé 2ab.

**Erreur 2 :** factoriser $a^2 + b^2$ comme un produit — ce n'est pas une identité remarquable, ne pas confondre avec $a^2 – b^2$.

**Erreur 3 :** oublier de vérifier le signe de 2ab (notamment dans $(a – b)^2$).

**Erreur 4 :** négliger les coefficients : $(2x + 3)^2 \neq 4x^2 + 9$.

## TRACE ÉCRITE DE RÉFÉRENCE (à recopier par les élèves)

| IDENTITÉS REMARQUABLES — Troisième |
|---|
| **Définition :** Une **identité remarquable** est une égalité algébrique vraie pour toutes valeurs de a et b, obtenue par double distributivité. |
| **Les trois identités (a et b désignent des expressions quelconques) :** |
| **(1) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ [carré d'une somme]** |
| **(2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ [carré d'une différence]** |
| **(3) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ [différence de deux carrés]** |
| **Méthode :** 1 / Identifier a et b dans l'expression. 2 / Appliquer la formule adaptée. 3 / Vérifier en substituant une valeur numérique (ex. a = 1, b = 2). |
| **Exemple développement :** $(3x + 2)^2 \rightarrow a = 3x, b = 2 \rightarrow (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 + 12x + 4$ |
| **Exemple factorisation :** $x^2 - 25 \rightarrow a^2 - b^2$ avec $a = x, b = 5 \rightarrow (x - 5)(x + 5)$ |
| *Source : Annexe 2 — Programme de mathématiques cycle 4, Troisième, Calcul littéral et algébrique.* |

# FICHE D'EXERCICES — Identités remarquables

*3ème · Calcul littéral · Travail sur feuille séparée*

## ■ À RETENIR

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

***Méthode :*** *identifier a et b · appliquer la formule · vérifier avec une valeur numérique*

## NIVEAU 1 — Développer

*Utiliser les identités dans le sens direct*

**Consigne :** Développer et réduire chaque expression. Préciser systématiquement quelle identité est utilisée (1), (2) ou (3).

| | | |
|---|---|---|
| **1.a.** $(x + 5)^2$ | **1.b.** $(x - 7)^2$ | **1.c.** $(x - 3)(x + 3)$ |
| **1.d.** $(2x + 1)^2$ | **1.e.** $(3x - 4)^2$ | **1.f.** $(5x - 2)(5x + 2)$ |
| **1.g.** $(x + 9)^2$ | **1.h.** $(4 - x)^2$ | **1.i.** $(2x + 3)(2x - 3)$ |

**1.j.** Calculer $\mathbf{99^2}$ en écrivant $99 = (100 - 1)$ et en utilisant une identité remarquable. De même calculer $\mathbf{101^2}$.

## NIVEAU 2 — Factoriser

*Reconnaître et appliquer dans le sens indirect*

**Consigne :** Factoriser chaque expression en utilisant une identité remarquable. Écrire l'identité utilisée, identifier a et b, puis donner la forme factorisée.

| | | |
|---|---|---|
| **2.a.** $x^2 + 10x + 25$ | **2.b.** $x^2 - 14x + 49$ | **2.c.** $x^2 - 36$ |
| **2.d.** $4x^2 + 12x + 9$ | **2.e.** $9x^2 - 6x + 1$ | **2.f.** $25x^2 - 4$ |
| **2.g.** $x^2 + 4x + 4$ | **2.h.** $16 - x^2$ | **2.i.** $x^2 - 8x + 16$ |

**2.j. Piège !** L'expression $x^2 + 4$ est-elle factorisable par une identité remarquable ? Justifier en une phrase.

## NIVEAU 3 — Problème de mise en situation

*Modéliser · Calculer · Raisonner*

| | |
|---|---|
| **Contexte :** Un architecte veut agrandir un carré de côté x (en mètres) en ajoutant 4 m à chaque côté. Il veut aussi créer une bordure en béton en retirant une bande de 3 m de chaque côté d'un autre carré de même côté x. | **Questions :** a) Exprimer l'aire $A_1$ du grand carré agrandi en développant $(x + 4)^2$. Identifier l'identité utilisée. b) Exprimer l'aire $A_2$ du carré réduit en développant $(x - 3)^2$. c) Calculer $A_1 - A_2$ et simplifier. d) Pour $x = 10$ m, vérifier numériquement vos résultats. e) Factoriser $x^2 - 49$ qui représente la différence d'aires d'un troisième problème. Préciser l'identité. |

### ★ BONUS — Prolongement : Identité de Sophie Germain

*Source programme (Annexe 2 — Troisième, Calcul littéral) : « Prolongements possibles : étude de l'identité de Sophie Germain. » Le programme ne précise pas la forme exacte de cette identité ; elle est présentée ici à titre informatif et culturel.*

**L'identité de Sophie Germain : $a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab)$**

**1.** Vérifier cette identité pour $a = 1$ et $b = 1$ en calculant les deux membres. **2.** En utilisant la différence de deux carrés, montrer que $a^4 + 4b^4 = (a^2 + 2b^2)^2 - (2ab)^2$, puis conclure. **3.** Sophie Germain (1776–1831), mathématicienne française, a contribué à la théorie des nombres et à l'élasticité. Chercher qui elle est.