

Fiche de préparation – Mathématiques 3e – Double distributivité et identités remarquables

Objectifs : utiliser la double distributivité pour développer et factoriser des expressions dont le facteur est apparent ; manipuler les trois identités remarquables ; développer le calcul algébrique dans des situations de résolution de problèmes. Compétences travaillées : calculer, raisonner, communiquer. Références exclusives au programme cycle 4 : « Utiliser la double distributivité pour développer et factoriser des expressions dont le facteur est apparent » et « Manipuler les trois identités remarquables pour développer et factoriser ». Prolongement possible : « Étude de l'identité de Sophie Germain ».

1. Accroche – 10 min : Calcul mental et comparaison : développer $(x + 3)(x + 5)$ puis $(x + 4)(x + 4)$. Mise en évidence d'une structure répétitive. Verbalisation collective des étapes de la double distributivité.

2. Découverte – 20 min : Recherche guidée en binômes : développer $(a + b)(a + b)$, puis $(a - b)(a - b)$ et enfin $(a - b)(a + b)$. Les élèves observent les termes obtenus, identifient les régularités et formulent une conjecture. Mise en commun orale et confrontation des démarches.

3. Structuration – 15 min : Institutionnalisation des trois identités remarquables. Mise en évidence du lien entre développement et factorisation. Construction de la trace écrite de référence. Exercices oraux rapides de reconnaissance : somme ? produit ? carré d'une somme ? différence de deux carrés ?

4. Entraînement – 15 min : Travail individuel différencié : niveau 1 développer ; niveau 2 factoriser ; niveau 3 problème. Correction rapide de deux exercices représentatifs avec justification des étapes.

Différenciation : aides possibles : rappel de la distributivité simple, couleurs pour repérer les produits, expressions à compléter partiellement. Approfondissement : expressions avec coefficients négatifs, justification d'égalités par le calcul littéral, bonus sur l'identité de Sophie Germain. Les élèves en difficulté peuvent vérifier leurs conjectures par substitution numérique.

Trace écrite de référence à recopier

La double distributivité permet de développer un produit de deux sommes ou différences.

À retenir

$$(a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Développer : transformer un produit en somme.

Factoriser : transformer une somme en produit.

Remarque : aucune progression détaillée des identités remarquables avant la troisième n'est explicitée dans le document officiel fourni ; la séance est donc construite uniquement à partir des attendus de calcul littéral et algébrique du cycle 4.

Fiche d'exercices – Double distributivité et identités remarquables

Niveau 1 – Développer

1. Développer et réduire :

- a) $(x + 3)(x + 7)$ b) $(x + 5)(x + 5)$ c) $(x - 4)(x - 4)$
d) $(x - 6)(x + 6)$ e) $(2x + 1)(2x + 1)$ f) $(3x - 2)(3x + 2)$
g) $(5a + 2)(5a - 2)$ h) $(2y - 7)(2y - 7)$

Niveau 2 – Factoriser

2. Factoriser :

- a) $x^2 + 10x + 25$ b) $x^2 - 12x + 36$
c) $x^2 - 49$ d) $4x^2 + 12x + 9$
e) $9a^2 - 16$ f) $25y^2 - 20y + 4$
g) $49m^2 - n^2$

Niveau 3 – Problème

3. Un carré de côté $(x + 3)$ cm est composé d'un carré de côté x cm, de deux rectangles et d'un petit carré.

- a) Exprimer l'aire totale du grand carré sous forme développée.
b) Retrouver la même aire sous forme factorisée.
c) Vérifier que les deux expressions sont égales pour $x = 5$.

4. On considère l'expression $A = (2x - 5)(2x + 5)$.

- a) Développer A.
b) Calculer A pour $x = 4$.
c) Expliquer pourquoi le terme en x disparaît.

Bonus – Prolongement culturel

Le programme mentionne comme prolongement possible l'étude de l'identité de Sophie Germain :

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 - 2ab + 2b^2)(a^2 + 2ab + 2b^2)$$

À retenir

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$